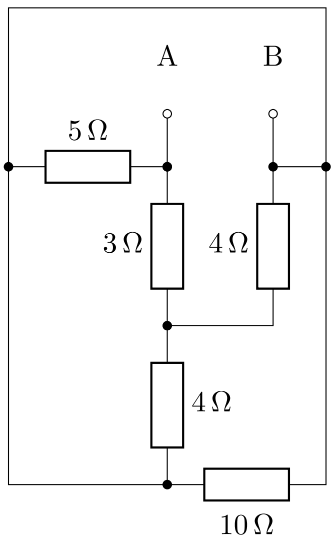
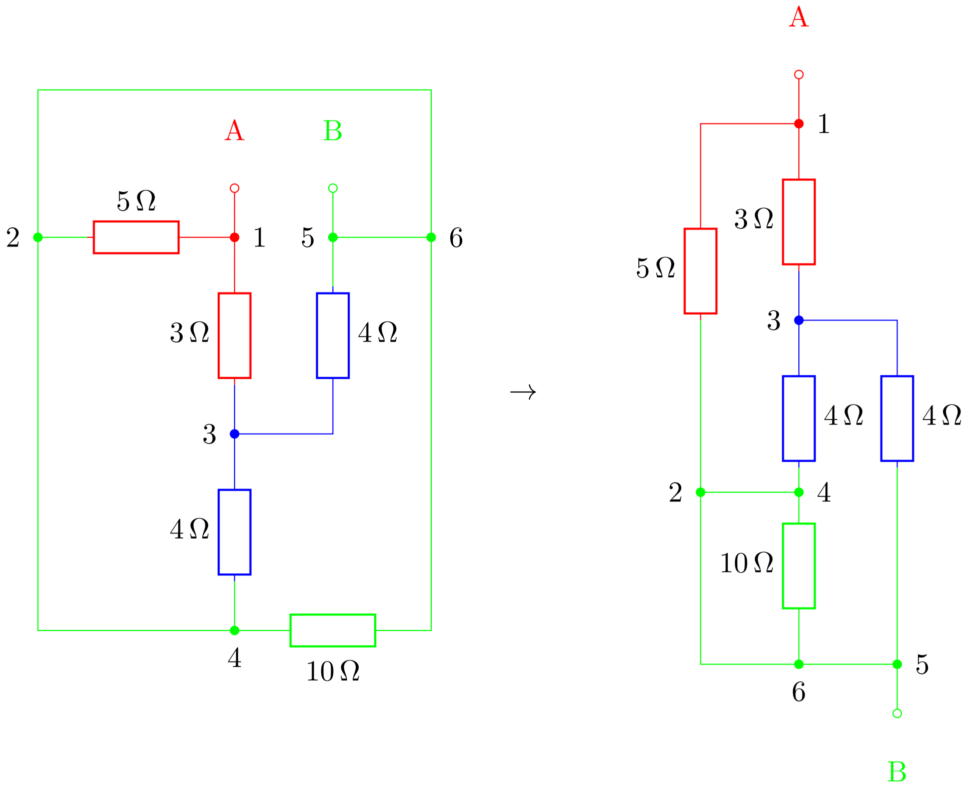
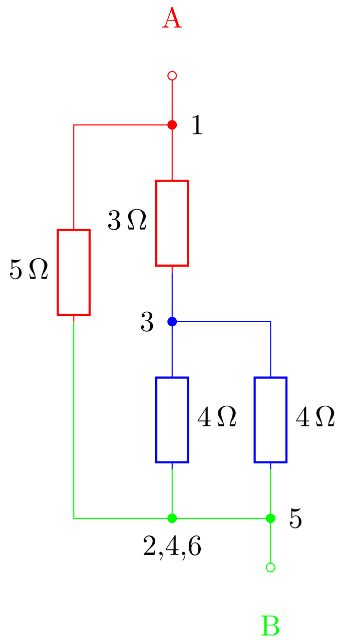
Angabe 1



Berechnen Sie den Ersatzwiderstand R_{AB} der angegebenen Widerstandskombination.

Lösung:





Anmerkungen:

Verbindungen einfärben, wird eine Verbindung durch einen Widerstand unterbrochen Farbe wechseln

Ein Widerstand mit zwei Enden gleicher Farbe wird kurzgeschlossen (hier der $10\,\Omega$ Widerstand).

Zwei Widerstände paarweise gleicher Farbe resultieren in einer Parallelschaltung (hir die zwei $4\,\Omega$ Widerstände).

Zwei Widerstände sind nur in Serie, wenn sich kein Knoten zwischen den zwei Widerständen befindet, dann flißt sicher der selbe Strom durch beide.

Knoten gleicher Farbe können zusammengezogen werden (Knoten 2,4 und 6).

$$R = (3\,\Omega + 4\,\Omega // 4\,\Omega)\,//5\,\Omega \tag{1}$$

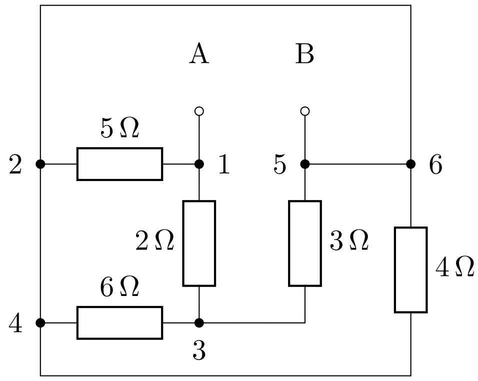
$$= \left(3\,\Omega + \frac{4\,\Omega \cdot 4\,\Omega}{4\,\Omega + 4\,\Omega}\right) //5\,\Omega \tag{2}$$

$$= (3\,\Omega + 2\,\Omega)\,//5\,\Omega \tag{3}$$

$$= \frac{5\,\Omega \cdot 5\,\Omega}{5\,\Omega + 5\,\Omega} \tag{4}$$

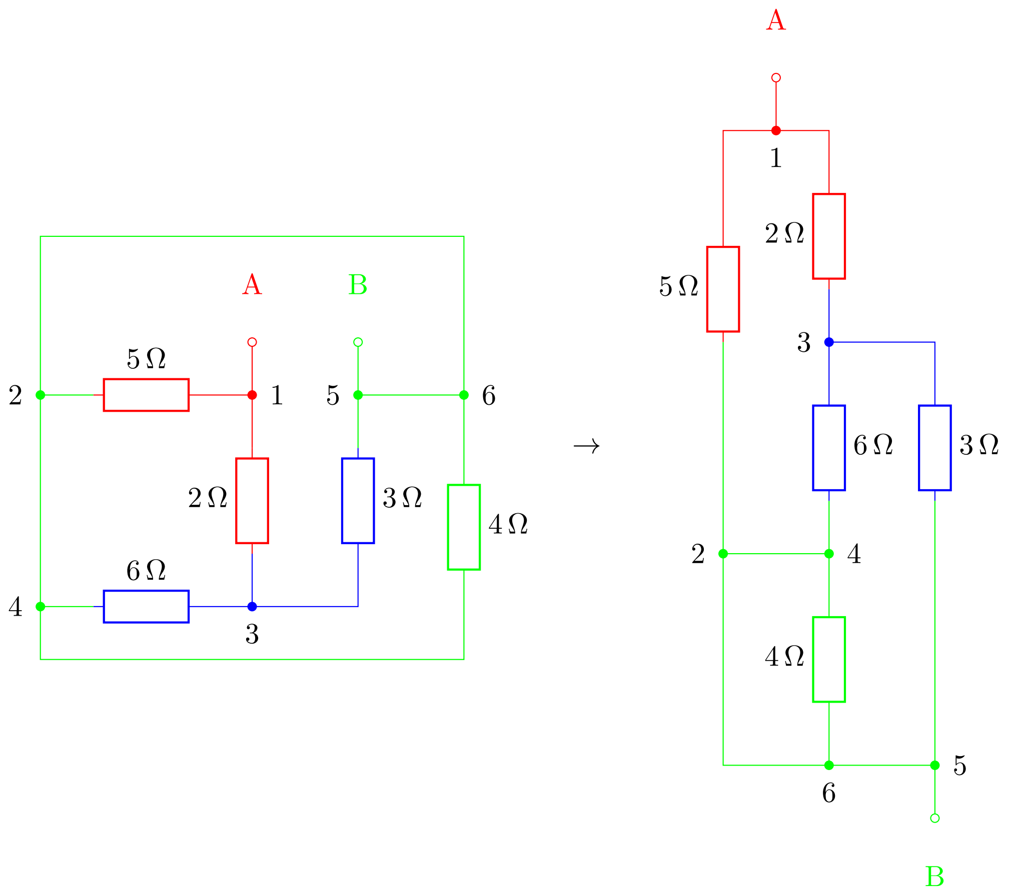
$$= 2{,}5\,\Omega \tag{5}$$

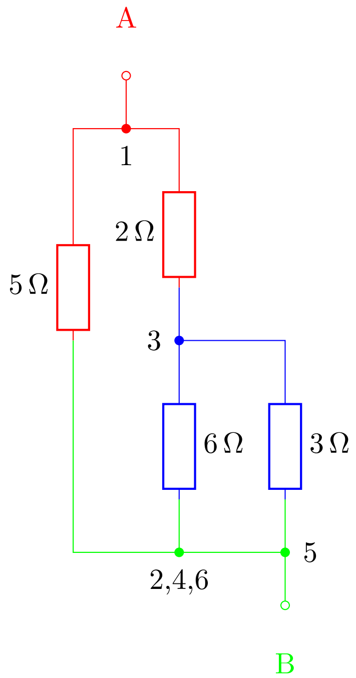
Angabe 2



Berechnen Sie den Ersatzwiderstand R_{AB} der angegebenen Widerstandskombination.

Lösung:





$$R = (2\,\Omega + 6\,\Omega//3\,\Omega)\,//5\,\Omega \tag{6}$$

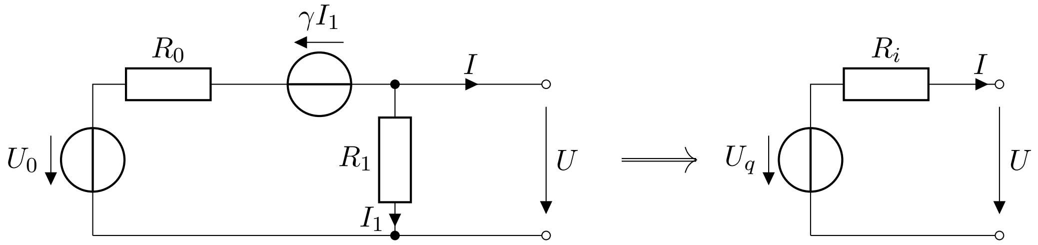
$$R = \left(2\,\Omega + \frac{6\,\Omega \cdot 3\,\Omega}{6\,\Omega + 3\,\Omega}\right)//5\,\Omega \tag{7}$$

$$R = (2\,\Omega + 2\,\Omega)\,//5\,\Omega \tag{8}$$

$$R = \frac{4\,\Omega \cdot 5\,\Omega}{4\,\Omega + 5\,\Omega} \tag{9}$$

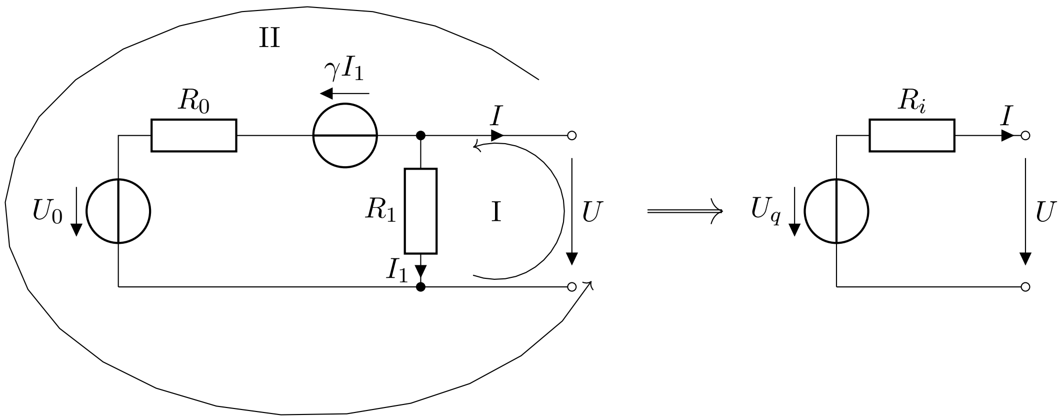
$$R = \frac{20}{9}\Omega \tag{10}$$

Angabe 3



Die links eingezeichnete Ersatzschaltung enthält eine unabhängige Spannungsquelle (U_0) und eine linear stromgesteuerte Spannungsquelle (γI_1).
Reduzieren Sie die Schaltung weiter auf eine äquivalente Ersatzspannungsquelle d.h. berechnen Sie allgemein die Parameter U_q und R_i.

Lösung:



$$U = U_q - R_i I \qquad \mathit{Ersatzschaltung} \tag{11}$$

$$\mathrm{I}: \quad I_1 R_1 - U = 0 \tag{12}$$

$$\mathrm{II}: \quad U_0 - U + \gamma I_1 - R_0(I + I_1) = 0 \tag{13}$$

$$\mathrm{I}: \quad U = I_1 R_1 \tag{14}$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \tag{15}$$

$$\mathrm{I} \rightarrow \mathrm{II}: \quad U_0 - U + \gamma \frac{U}{R_1} - R_0(I + \frac{U}{R_1}) = 0 \tag{16}$$

$$U_0 - U + \gamma \frac{U}{R_1} - R_0 I - R_0 \frac{U}{R_1} = 0 \tag{17}$$

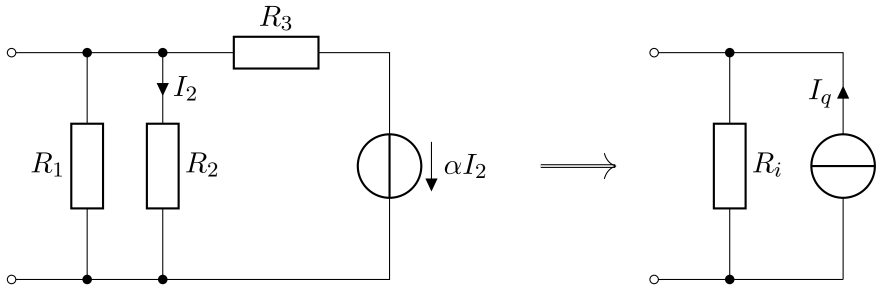
$$U_0 - R_0 I = U - \gamma \frac{U}{R_1} + R_0 \frac{U}{R_1} = U(1 - \frac{\gamma}{R_1} + \frac{R_0}{R_1}) \tag{18}$$

$$U = \frac{U_0}{1 - \frac{\gamma}{R_1} + \frac{R_0}{R_1}} - \frac{R_0}{1 - \frac{\gamma}{R_1} + \frac{R_0}{R_1}} * I \tag{19}$$

$$\overset{!}{=} \quad U = \quad U_q - R_i * I \tag{20}$$

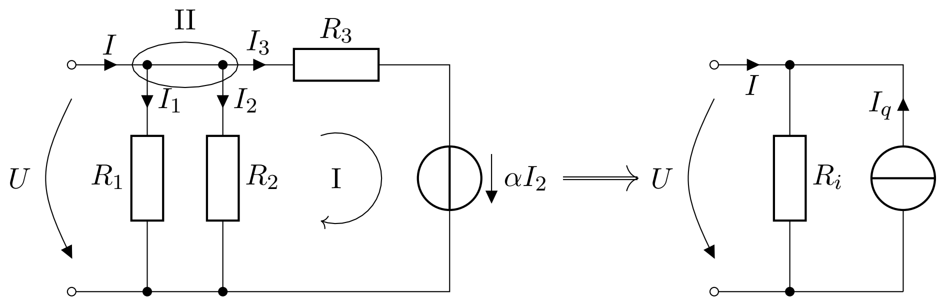
$$\boxed{U_q = \frac{U_0}{1 - \frac{\gamma}{R_1} + \frac{R_0}{R0_1}}, \quad R_i = \frac{R_0}{1 - \frac{\gamma}{R_1} + \frac{R_0}{R_1}} \qquad (21)}$$

Angabe 4



Die links angegebene Schaltung mit einer stromgesteuerten Spannungsquelle ist in eine äquivalente Stromquelle umzuwandeln. Bestimmen Sie die Parameter R_i und I_q. (R_1, R_2, R_3 und α sind gegeben)

Lösung:



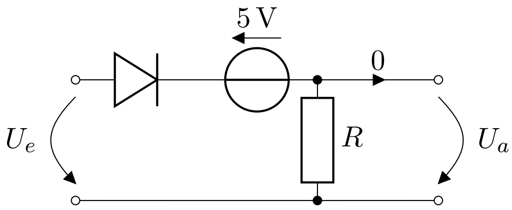
$$I = \frac{U}{R_i} - I_q \tag{22}$$

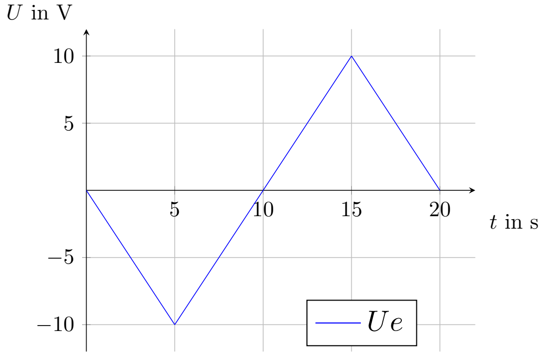
$$\begin{aligned}
\mathrm{I}: &\quad -I_2R_2 + I_3R_3 + \alpha I_2 = 0 && (23)\\
\mathrm{II}: &\quad I_1 + I_2 + I_3 - I = 0 && (24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\quad I_2 = \frac{U}{R_2} && (25)\\
\mathrm{I}: &\quad I_3 = \frac{R_2 - \alpha}{R_3} I_2 = \frac{R_2 - \alpha}{R_2 R_3} U && (26)\\
\mathrm{II}: &\quad I = I_1 + I_2 + I_3 && (27)\\
\mathrm{I} \to \mathrm{II} &\quad I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{R_2 - \alpha}{R_2 R_3} U && (28)\\
&\quad I = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{R_2 - \alpha}{R_2 R_3}\right) U && (29)\\
&\quad \stackrel{!}{=} && (30)\\
&\quad I = \frac{U}{R_i} - I_q && (31)
\end{aligned}$$

$$\boxed{I_q = 0, \quad R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{R_2-\alpha}{R_2 R_3}} \qquad (32)}$$

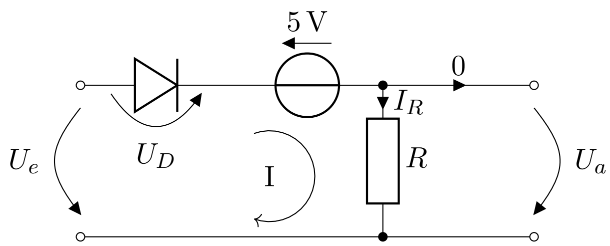
Angabe 5





Am Eingang der Schaltung liegt die skizzierte Dreieckspannung. Bestimmen und zeichnen Sie den Verlauf der Spannung U_a am leerlaufenden Ausgang. Nehmen Sie dazu die Schwellenspannung der Diode mit 0,7 V an

Lösung:



Fall 1: Diode sperrt

$$I_D = 0, \quad U_D < 0{,}7\,\mathrm{V} \tag{33}$$

$$I_D = 0 \rightarrow I_R = 0\,\mathrm{A} \rightarrow U_a = I_R R = 0\,\mathrm{V} \tag{34}$$

$$\mathrm{I}: \quad U_D - 5\,\mathrm{V} + U_a - U_e = 0 \tag{35}$$

$$U_D = U_e - U_a + 5\,\mathrm{V} \overset{!}{<} 0{,}7\,\mathrm{V} \tag{36}$$

$$U_e < -4{,}3\,\mathrm{V} \tag{37}$$

Fall 2: Diode leitet

$$I_D > 0, \quad U_D = 0{,}7\,\mathrm{V} \tag{38}$$

$$\mathrm{I}: \quad U_a = 5\,\mathrm{V} - U_D + U_e \tag{39}$$

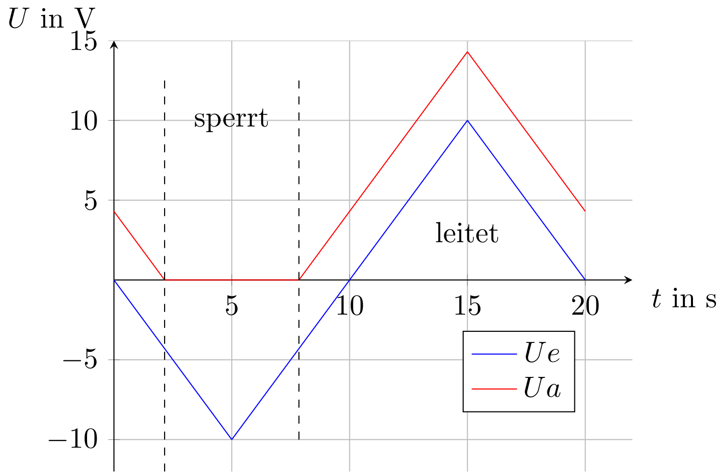
$$U_a = 5\,\mathrm{V} - 0{,}7\,\mathrm{V} + U_e \tag{40}$$

$$U_a = 4{,}3\,\mathrm{V} + U_e \tag{41}$$

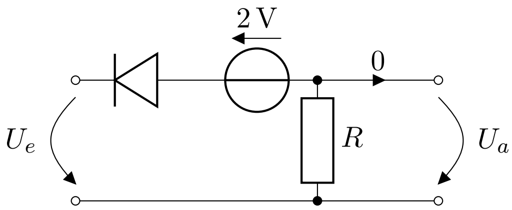
$$I_R = \frac{U_a}{R} = \frac{4{,}3\,\mathrm{V} + U_e}{R} = I_D \overset{!}{>} 0 \tag{42}$$

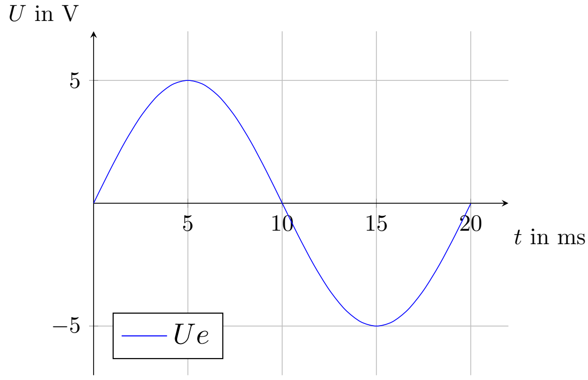
$$U_e > -4{,}3\,\mathrm{V} \tag{43}$$

Vergleiche (37) und (43)


U in V
15
10
5
−5
−10
5
10
15
20
t in s
sperrt
leitet
Ue
Ua

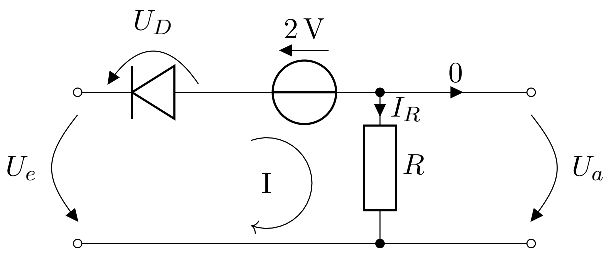
Angabe 6





Am Eingang der Schaltung liegt die skizzierte Sinusspannung. Bestimmen und zeichnen Sie den Verlauf der Spannung U_a am leerlaufenden Ausgang. Nehmen Sie dazu die Schwellenspannung der Diode mit 0,7 V an.

Lösung:



Fall 1: Diode sperrt

$$I_D = 0, \quad U_D < 0{,}7\,\mathrm{V} \tag{44}$$

$$I_D = 0 \rightarrow I_R = 0\,\mathrm{A} \rightarrow U_a = I_R R = 0\,\mathrm{V} \tag{45}$$

$$\mathrm{I}: \quad -U_D - 2\,\mathrm{V} + U_a - U_e = 0 \tag{46}$$

$$U_D = -2\,\mathrm{V} + U_a - U_e \overset{!}{<} 0{,}7\,\mathrm{V} \tag{47}$$

$$U_e > -2{,}7\,\mathrm{V} \tag{48}$$

Fall 2: Diode leitet

$$I_D > 0, \quad U_D = 0{,}7\,\mathrm{V} \tag{49}$$

$$\mathrm{I}: \quad U_a = 2\,\mathrm{V} + U_D + U_e \tag{50}$$

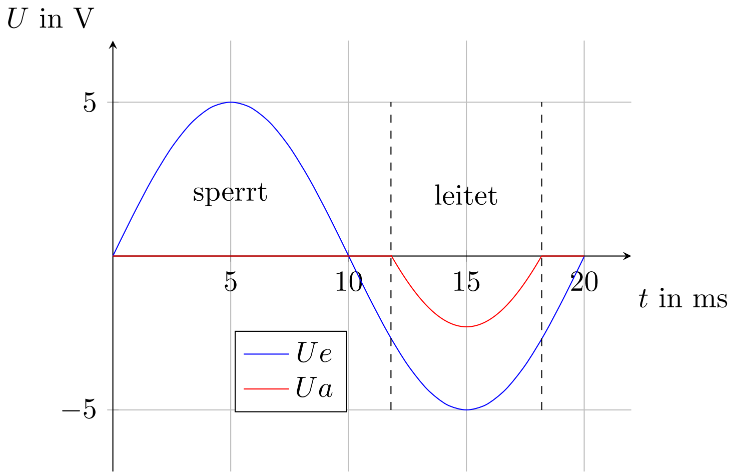
$$U_a = 2\,\mathrm{V} + 0{,}7\,\mathrm{V} + U_e \tag{51}$$

$$U_a = 2{,}7\,\mathrm{V} + U_e \tag{52}$$

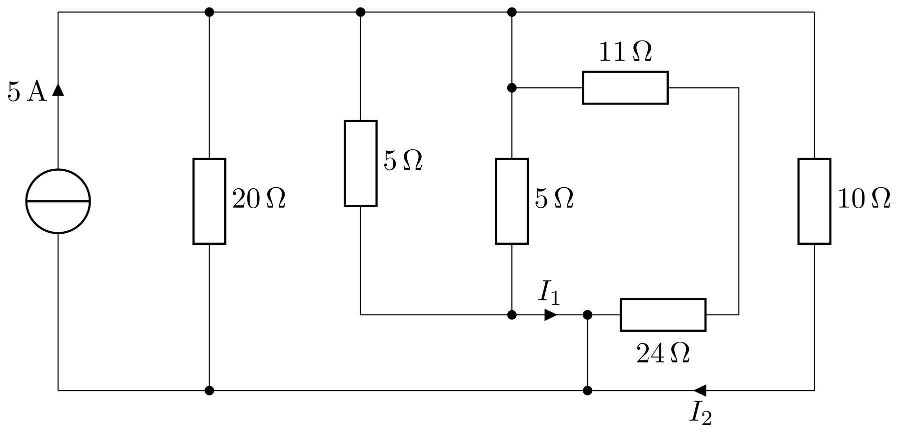
$$I_D = -I_R = -\frac{U_a}{R} = -\frac{2{,}7\,\mathrm{V} + U_e}{R} \overset{!}{>} 0 \tag{53}$$

$$U_e < -2{,}7\,\mathrm{V} \tag{54}$$

Vergleiche (48) und (54)

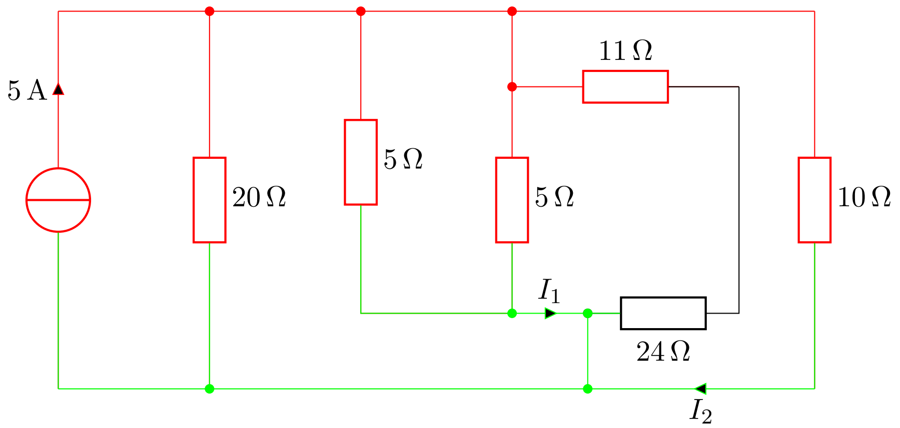

U in V
5
−5
sperrt
leitet
5
10
15
20
t in ms
Ue
Ua

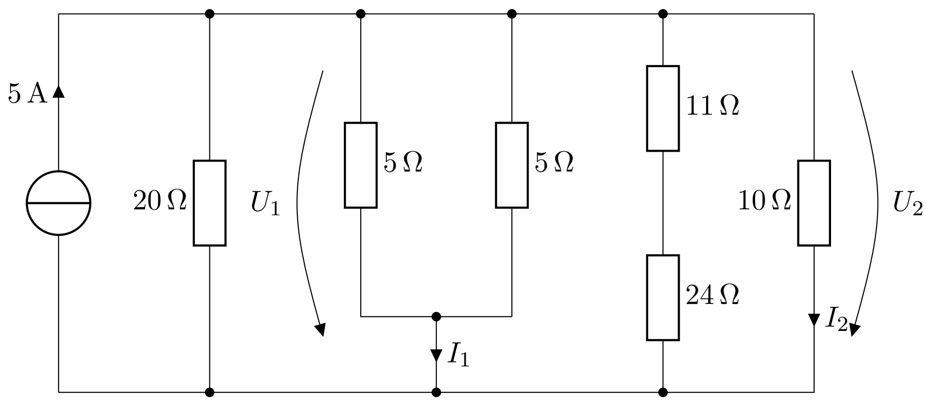
Angabe 7



Berechnen Sie für die angegebene Schaltung das Stromverhältnis $\frac{I_1}{I_2}$.

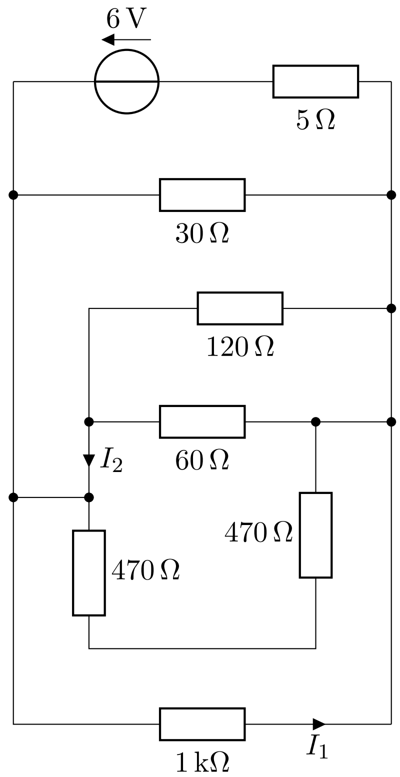
Lösung:





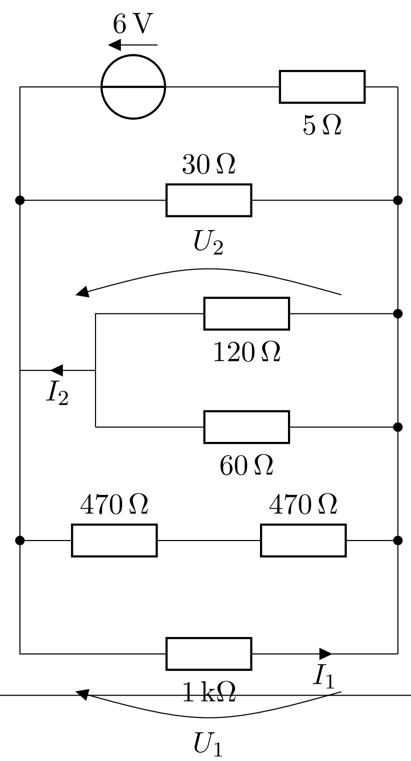
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{10\,\Omega}{5\,\Omega//5\,\Omega} = \frac{10\,\Omega}{2{,}5\,\Omega} = 4 \tag{55}$$

Angabe 8



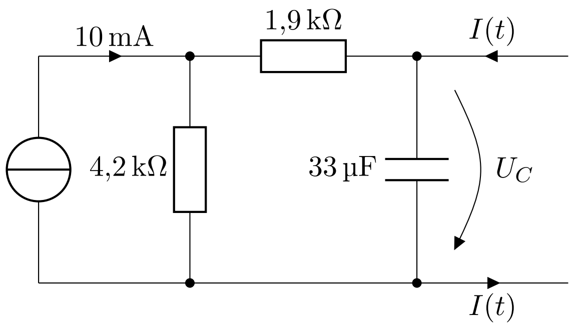
Berechnen Sie für die angegebene Schaltung das Stromverhältnis $\frac{I_2}{I_1}$.

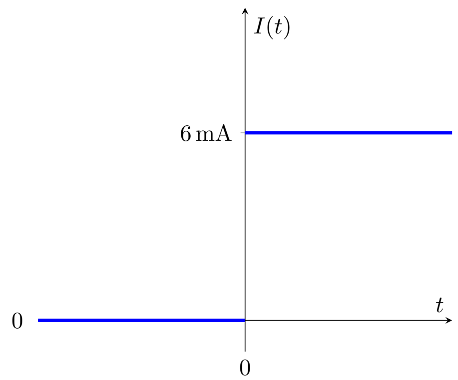
Lösung:



$$\boxed{\frac{I_2}{I_1} = -\frac{1\,\mathrm{k\Omega}}{120\,\Omega // 60\,\Omega} = -\frac{1\,\mathrm{k\Omega}}{40\,\Omega} = -25} \tag{56}$$

Angabe 9

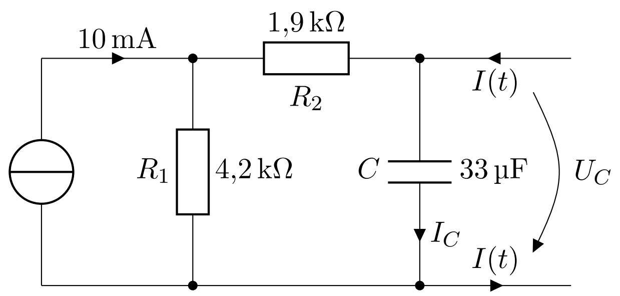




In der gezeichneten Ersatzanordnung, die eine Gleichstromquelle enthält, wird zusätzlich der Strom $I(t)$ wie angegeben eingeprägt.

Ermitteln und zeichnen Sie den Zeitverlauf $U_C(t)$ der Spannung am Kondensator. Berechnen Sie dazu die Werte von U_C zu den Zeitpunkten $t = 0_-$, $t = 0_+$ und für $t \to \infty$, und die Zeitkonstante des Ausgleichsvorgangs.

Lösung:



$$t = 0_- \quad I_C = 0, \quad I_{R_2} = 0 \tag{57}$$

$$U_{R_1}(0_-) = 10\,\text{mA} \cdot R_1 = 10\,\text{mA} \cdot 4{,}2\,\text{k}\Omega = 42\,\text{V} = U_C(0_-) \tag{58}$$

$$t = 0_+ \quad U_C(0_+) = U_C(0_-) \tag{59}$$

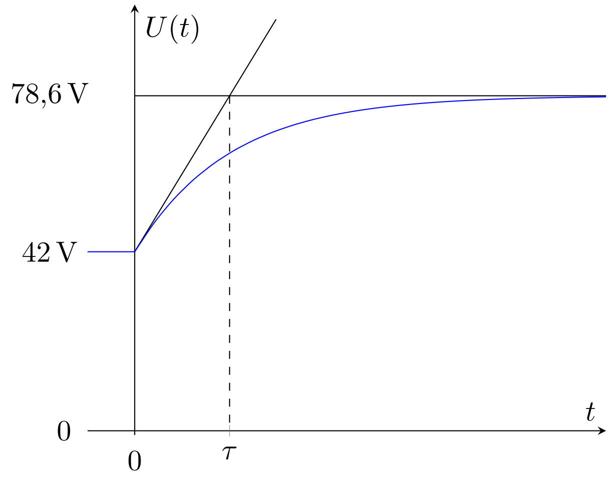
$$t = \infty \quad I_C = 0 \tag{60}$$

$$U_{R_1}(t \to \infty) = 16\,\text{mA} \cdot R_1 = 16\,\text{mA} \cdot 4{,}2\,\text{k}\Omega = 67{,}2\,\text{V} \tag{61}$$

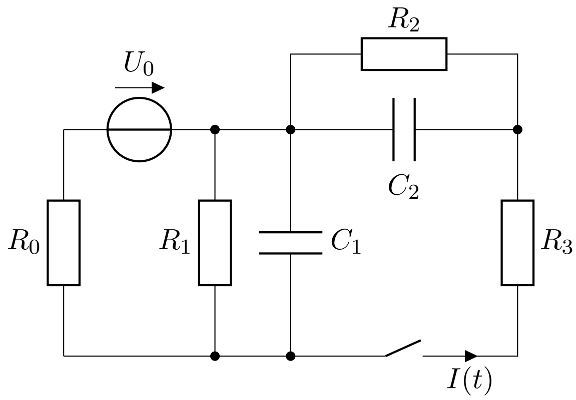
$$U_{R_2}(t \to \infty) = 6\,\text{mA} \cdot R_2 = 6\,\text{mA} \cdot 1{,}9\,\text{k}\Omega = 11{,}4\,\text{V} \tag{62}$$

$$U_C(t \to \infty) = U_{R_1}(t \to \infty) + U_{R_2}(t \to \infty) = 67{,}2\,\text{V} + 11{,}4\,\text{V} = 78{,}6\,\text{V} \tag{63}$$

$$\tau = RC = (R_1 + R_2)\,C = (4{,}2\,\text{k}\Omega + 1{,}9\,\text{k}\Omega)\,33\,\mu\text{F} = 201{,}3\,\text{ms} \tag{64}$$

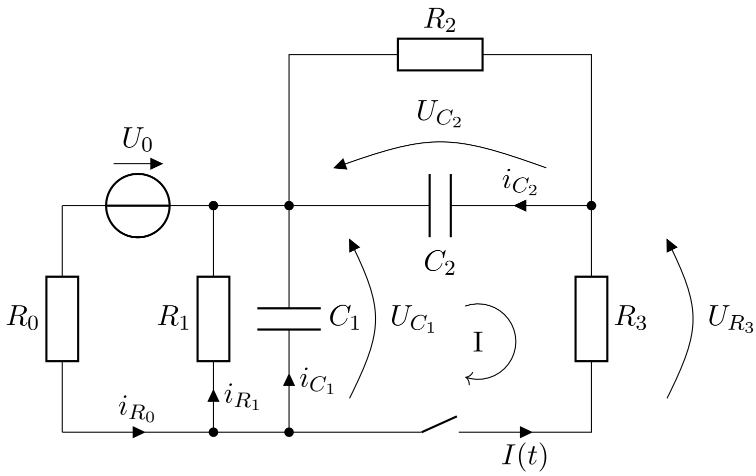

U(t)
78,6 V
42 V
0
t
0
τ

Angabe 10



In der gezeichneten Schaltung ist der Schalter S zunächst über längere Zeit geöffnet und wird zum Zeitpunkt t=0 geschlossen. Berechnen Sie allgemein die Stromstärke $I(0_+)$ über den Schalter unmittelbar nach dem Schließen.

Lösung:



$$t = 0_- : \quad I_{C_1} = I_{C_2} = I(t) = 0\,\mathrm{A} \tag{65}$$

$$\rightarrow I_{R_2} = 0\,\mathrm{A} \rightarrow U_{R_2} = 0\,\mathrm{V} \rightarrow U_{C_2}(0_-) = 0\,\mathrm{V} \tag{66}$$

$$\rightarrow I_{R_1} = I_{R_0} \quad \text{Serienschaltung} \tag{67}$$

$$\rightarrow U_{R_1} = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_0} = U_{C_1} \tag{68}$$

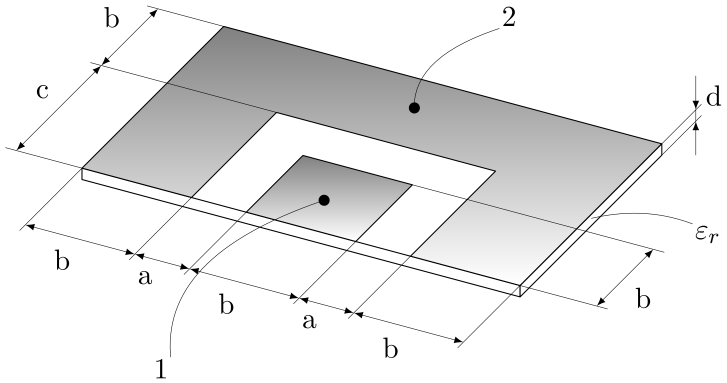
$$t = 0_+ : \quad U_{C_1}(0_+) = U_{C_1}(0_-) = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_0} \tag{69}$$

$$U_{C_2}(0_+) = U_{C_2}(0_-) = 0\,\mathrm{V} \tag{70}$$

$$\mathrm{I} : \quad U_{R_3} = U_{C_1} - U_{C_2} = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_0} \tag{71}$$

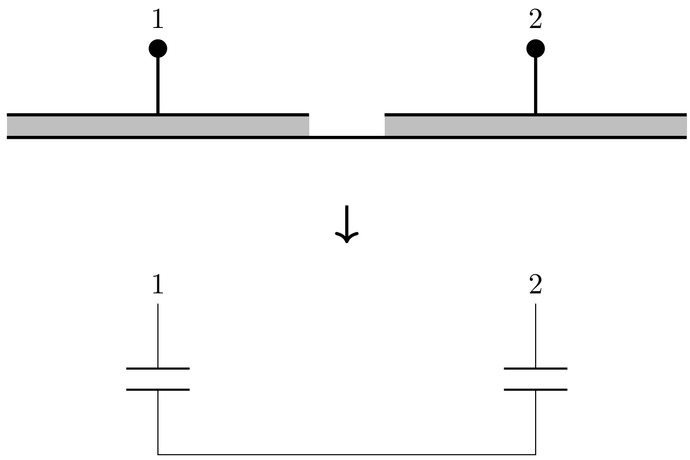
$$I(0_+) = \frac{U_{R_3}}{R_3} = U_0 \frac{R_1}{R_3 (R_1 + R_0)} \tag{72}$$

Angabe 11



Eine dünne Platte aus dielektrischem Material ist beidseitig metallisch beschichtet: Auf der Unterseite durchgehend, auf der Oberseite strukturiert wie in der Zeichnung angegeben. Berechnen Sie näherungsweise (ohne Berücksichtigung von Randstörungen) die Kapazität C_{12} zwischen den Kontaktpunkten 1 und 2.

Lösung:

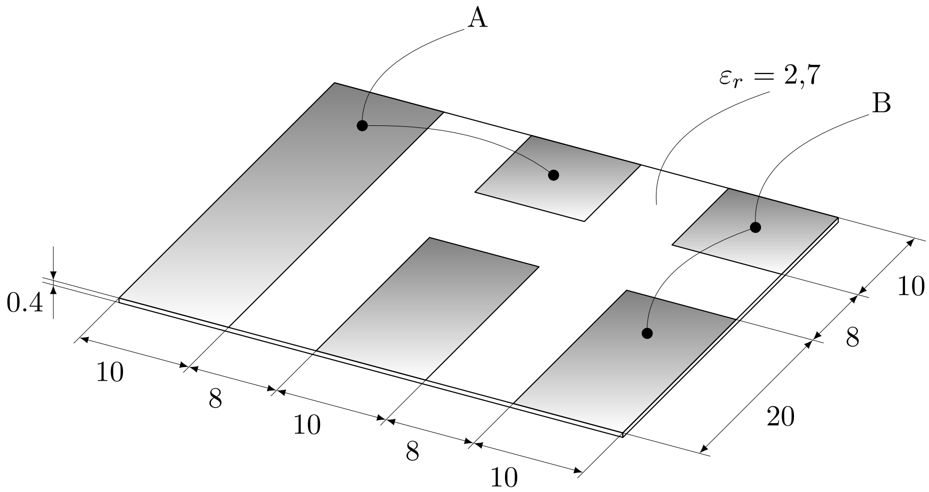


$$C_{10} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A_{10}}{l} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{b \cdot b}{d} \tag{73}$$

$$C_{02} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A_{02}}{l} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{2 \cdot b \cdot c + b \cdot (3b + 2a)}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{2bc + 3b^2 + 2ab}{d} \tag{74}$$

$$C_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{02}}} = \frac{1}{\frac{d}{\varepsilon_0 \varepsilon_r b^2} + \frac{d}{\varepsilon_0 \varepsilon_r (2bc + 3b^2 + 2ab)}} = \cdots = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{b^2 \, (2a + 3b + 2c)}{d \, (2a + 4b + 2c)} \tag{75}$$

Angabe 12



Längenmaße in mm

Eine dielektrische Platte ist auf der Unterseite vollständig, auf der Oberseite teilweise metallisch belegt. Berechnen Sie die Kapazität C_{AB}, ohne Berücksichtigung von Streuungen.

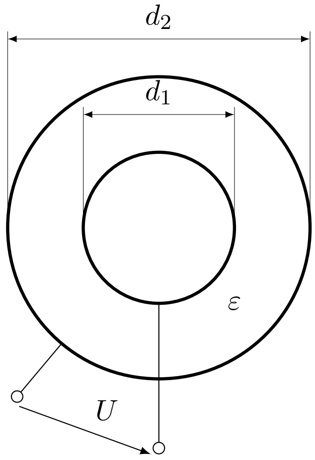
Lösung:

$$C_{A0} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A_{A0}}{l} = 8{,}854\,\frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}} \cdot 2{,}7 \cdot \frac{10\,\mathrm{mm} \cdot 10\,\mathrm{mm} + 10\,\mathrm{mm} \cdot 38\,\mathrm{mm}}{0{,}4\,\mathrm{mm}} = 28{,}69\,\mathrm{pF} \tag{76}$$

$$C_{0B} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A_{0B}}{l} = 8{,}854\,\frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}} \cdot 2{,}7 \cdot \frac{10\,\mathrm{mm} \cdot 10\,\mathrm{mm} + 10\,\mathrm{mm} \cdot 20\,\mathrm{mm}}{0{,}4\,\mathrm{mm}} = 17{,}93\,\mathrm{pF} \tag{77}$$

$$C_{A,B} = \frac{1}{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{02}}} = \frac{1}{\frac{1}{28{,}69\,\mathrm{pF}} + \frac{1}{17{,}93\,\mathrm{pF}}} = 11{,}03\,\mathrm{pF} \tag{78}$$

Angabe 13



Zwischen den beiden Elektroden eines Kugelkondensators, der mit einem Dielektrikum der Permittivität ε ausgefüllt ist, liegt die elektrische Spannung U. Berechnen Sie allgemein die Dichte der sich auf der inneren Elektrode einstellenden Flächenladung.

Lösung:

$$C = 4\pi\varepsilon\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \tag{79}$$

$$Q = -CU \tag{80}$$

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r_1^2} \tag{81}$$

$$= -\frac{1}{4\pi r_1^2}4\pi\varepsilon\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}U \tag{82}$$

$$= -\frac{\varepsilon r_2}{r_1\left(r_2 - r_1\right)}U \tag{83}$$

$$= -\frac{\varepsilon\frac{d_2}{2}}{\frac{d_1}{2}\left(\frac{d_2}{2} - \frac{d_1}{2}\right)}U \tag{84}$$

$$= -\frac{2\varepsilon d_2 U}{d_1\left(d_2 - d_1\right)} \tag{85}$$

Alternativ kann man dieses Bsp. auch durch Integration über die elektrische Feldstärke lösen:

$$D = \frac{\Psi}{4\pi r^2} \tag{86}$$

$$\Psi = Q \tag{87}$$

$$D = \varepsilon_0\varepsilon_r E \tag{88}$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0\varepsilon_r} \tag{89}$$

$$U = \int_{\frac{d_2}{2}}^{\frac{d_1}{2}} E \mathrm{d}r = \int_{\frac{d_2}{2}}^{\frac{d_1}{2}} \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r} \mathrm{d}r \tag{90}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \int_{\frac{d_2}{2}}^{\frac{d_1}{2}} \frac{1}{r^2} \mathrm{d}r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{\frac{d_2}{2}}^{\frac{d_1}{2}} \tag{91}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(-\frac{2}{d_1} + \frac{2}{d_2}\right) \tag{92}$$

$$Q = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r U \frac{1}{\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}} \tag{93}$$

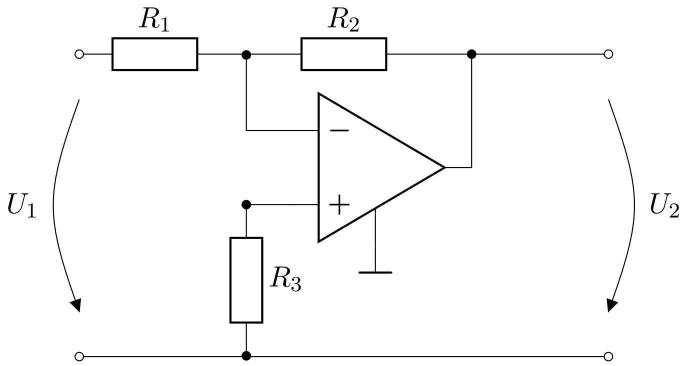
$$\sigma = \frac{Q}{4\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2} \tag{94}$$

$$= \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r U \frac{1}{\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}}}{4\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2} \tag{95}$$

$$= \frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r U}{d_1^2 \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right)} \tag{96}$$

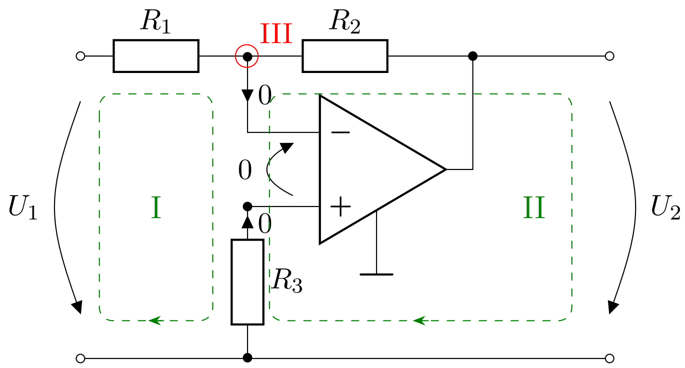
$$= -\frac{2\varepsilon d_2 U}{d_1 \left(d_2 - d_1\right)} \tag{97}$$

Angabe 14



Geg.: R_1, R_2, R_3
Ges.: $\frac{U_2}{U_1}$

Lösung:



$$\mathrm{I}: I_1R_1 + 0 + 0 * R_3 - U_1 = 0 \tag{98}$$
$$\rightarrow \quad U_1 = I_1R_1 \tag{99}$$
$$\mathrm{II}: -0 * R_3 - 0 + I_2R_2 + U_2 = 0 \tag{100}$$
$$\rightarrow \quad U_2 = -I_2R_2 \tag{101}$$
$$\mathrm{III}: I_1 - I_2 = 0 \tag{102}$$
$$\rightarrow \quad I_1 = I_2 \tag{103}$$
$$\mathrm{I} + \mathrm{III}: U_1 = I_2R_1 \tag{104}$$
$$\rightarrow \quad \frac{U_2}{U_1} = \frac{-I_1R_2}{I_1R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{105}$$

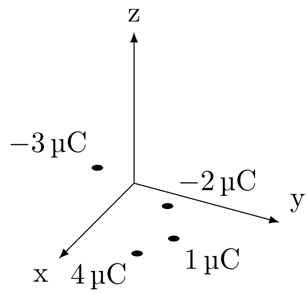
Angabe 15

Bezüglich eines kartesischen Koordinatensystem (x, y, z) sitzen im sonst leeren Raum an folgenden Orten die angegebenen Ladungen:

$$\begin{aligned} &(0{,}5\,\mathrm{m}; 0{,}3\,\mathrm{m}; 0{,}6\,\mathrm{m}): && Q_1 = 4\,\mu\mathrm{C} \\ &(0{,}2\,\mathrm{m}; -0{,}4\,\mathrm{m}; 0{,}2\,\mathrm{m}): && Q_2 = -3\,\mu\mathrm{C} \\ &(-0{,}5\,\mathrm{m}; 0{,}2\,\mathrm{m}; -0{,}5\,\mathrm{m}): && Q_3 = -2\,\mu\mathrm{C} \\ &(0{,}3\,\mathrm{m}; 0{,}7\,\mathrm{m}; -0{,}4\,\mathrm{m}): && Q_4 = 1\,\mu\mathrm{C} \end{aligned}$$

Berechnen Sie den Wert des elektrischen Flusses der in der y-Richtung durch die zx-Ebene tritt.

Lösung:



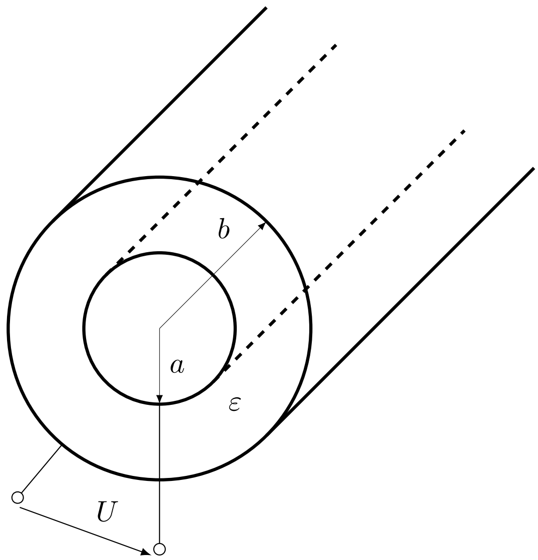
Al-

le Ladungen in dem Halbraum $y < 0$ aufsummieren:

$$\Psi\,(xz) = -3\,\mu\mathrm{C} \tag{106}$$

Dieses Beispiel wird im Crashkurs nicht vorgerechnet. Fragen dazu können Ende des Crashkurses gestellt werden.

Angabe 16



Zwischen den beiden Anschlüssen eines Koaxialkabels, das mit einem Dielektrikum der Permittivität ε ausgefüllt ist, liegt die elektrische Spannung U. Berechnen Sie allgemein den Betrag der elektrischen Feldstärke am Innenleiter.

Lösung:

$$D = \frac{\Psi}{2\pi r l} \tag{107}$$

$$\Psi = Q \tag{108}$$

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E \tag{109}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r l} \tag{110}$$

$$U = \int_b^a E \mathrm{d}r = \int_a^b \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r l} \mathrm{d}r \tag{111}$$

$$= \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r l} \int_b^a \frac{1}{r} \mathrm{d}r = \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r l} \left(\ln(r) \right)\Big|_b^a \tag{112}$$

$$= \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r l} \left(\ln(a) - \ln(b) \right) = \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r l} \ln\left(\frac{a}{b}\right) \tag{113}$$

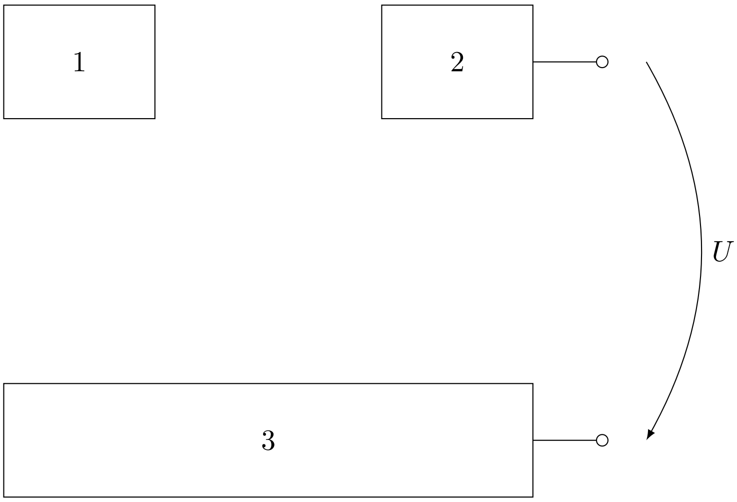
$$E(r)\, r = \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r l} = \frac{U}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)} \tag{114}$$

$$E(a) = \frac{U}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)} \frac{1}{a} \tag{115}$$

Anmerkung: Dieses Beispiel lässt sich auch mittels Anwendung der Kondensatorformel lösen.

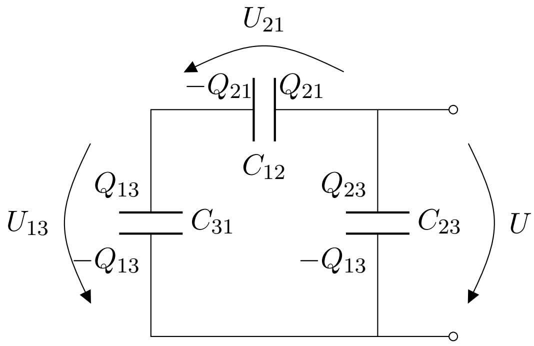
Dieses Beispiel wird im Crashkurs nicht vorgerechnet. Fragen dazu können Ende des Crashkurses gestellt werden.

Angabe 17



Geg.: C_{12}, C_{23}, C_{31}, U
Ges.: Q_3

Lösung:



$$C_{12} = C_{21}, \quad C_{31} = C_{13} \tag{116}$$

$$U = U_{21} + U_{13} \tag{117}$$

$$Q_{13} = C_{13}U_{13} = -Q_{21} = C_{21}U_{21} \tag{118}$$

$$C_{13}U_{13} = C_{21}\left(U - U_{13}\right) \tag{119}$$

$$U_{13} = \frac{C_{21}U}{C_{13} + C_{21}} \tag{120}$$

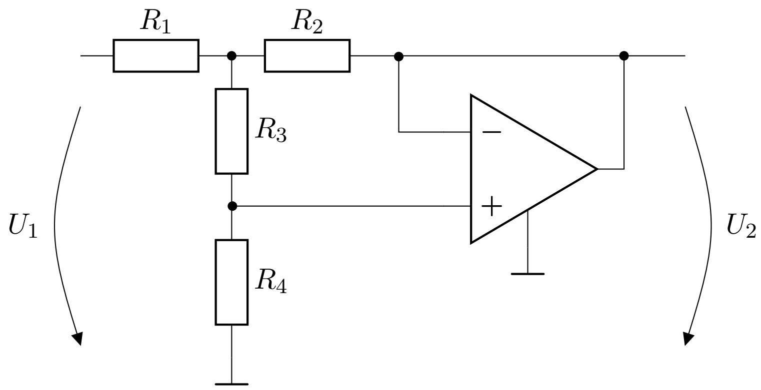
$$Q_{13} = C_{13}\frac{C_{21}U}{C_{13} + C_{21}} \tag{121}$$

$$Q_{23} = C_{23}U \tag{122}$$

$$\boxed{Q_3 = -Q_{13} - Q_{23} = -\left(\frac{C_{13}C_{21}}{C_{13}+C_{21}} + C_{23}\right)U \qquad (123)}$$

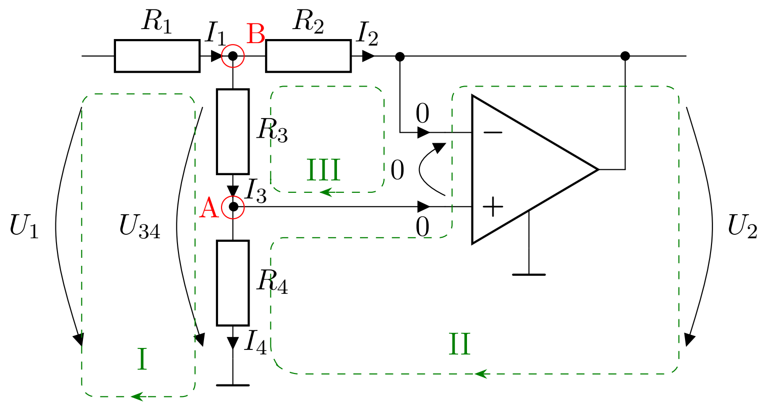
Dieses Beispiel wird im Crashkurs nicht vorgerechnet. Fragen dazu können Ende des Crashkurses gestellt werden.

Angabe 18



Geg.: R_1, R_2, R_3, R_4
Ges.: $\frac{U_1}{U_2}$

Lösung:



$$A : I_3 = I_4 + 0\,\mathrm{A} \tag{124}$$

$$U_{R1} = R_1 I_1,\ U_{R2} = R_2 I_2,\ U_{34} = R_3 I_3 + R_4 I_4 = (R_3 + R_4) I_4 \tag{125}$$

$$I : U_1 = U_{R1} + U_{34} = R_1 I_1 + (R_3 + R_4) I_4 \tag{126}$$

$$II : U_2 = R_4 I_4 \to I_4 = \frac{U_2}{R_4} \tag{127}$$

$$B : I_1 = I_2 + I_3 = I_2 + \frac{U_2}{R_4} \tag{128}$$

$$III : U_{R2} = R_3 I_3 = R_3 I_4 = R_3 \frac{U_2}{R_4} \to I_2 = \frac{R_3}{R_2 R_4} U_2 \tag{129}$$

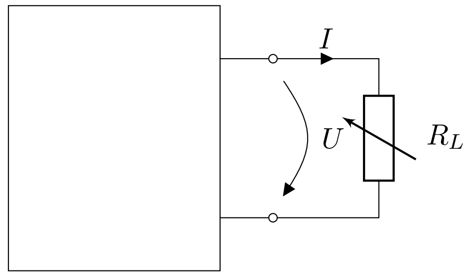
$$B + III : I_1 = \frac{R_3}{R_2 R_4} U_2 + \frac{U_2}{R_4} \tag{130}$$

$$\text{Strö me in } I \text{ einsetzen} : U_1 = R_1 \left(\frac{R_3}{R_2 R_4} U_2 + \frac{1}{R_4} U_2 \right) + \frac{R_3 + R_4}{R_4} U_2 \tag{131}$$

$$\rightarrow \frac{U_1}{U_2} = R_1 \left(\frac{R_3}{R_2 R_4} + \frac{1}{R_4} \right) + \frac{R_4 + R_3}{R_4} \tag{132}$$

Dieses Beispiel wird im Crashkurs nicht vorgerechnet. Fragen dazu können Ende des Crashkurses gestellt werden.

Angabe 19



Die Kennlinie einer Gleichstromversorgung wird näherungsweise durch die Gleichung

$$\frac{U}{U_0} = 1 - \left(\frac{I}{I_K}\right)^2$$

mit

$$U_0 = 140\,\mathrm{V}, \quad I_K = 8{,}6\,\mathrm{A}$$

beschrieben.
Bei welchem Wert des Lastwiderstands R_L tritt der Größtwert der abgegebenen Leistung auf? Tipp: Es handelt sich um eine Extremwertaufgabe.

Lösung:

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}R_L} \stackrel{!}{=} 0 \tag{133}$$

$$U = U_0\left(1 - \left(\frac{I}{I_K}\right)^2\right) \tag{134}$$

$$P = UI = U_0\left(1 - \left(\frac{I}{I_K}\right)^2\right) I \tag{135}$$

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}R_L} = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}I}\underbrace{\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}R_L}}_{\neq 0} = 0 \tag{136}$$

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}I} \stackrel{!}{=} 0 \tag{137}$$

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}I} = U_0\left(-\frac{2I}{I_K^2}I + \left(1 - \frac{I^2}{I_K^2}\right)\cdot 1\right) \tag{138}$$

$$= U_0\left(-\frac{2I^2}{I_K^2} + 1 - \frac{I^2}{I_K^2}\right) = 0 \tag{139}$$

$$\frac{3I^2}{I_K^2} = 1 \tag{140}$$

$$I = \frac{I_K}{\sqrt{3}} = \frac{8{,}6\,\mathrm{A}}{\sqrt{3}} = 4{,}965\,\mathrm{A} \tag{141}$$

$$U = U_0\left(1 - \left(\frac{I}{I_K}\right)^2\right) = 93{,}337\,\mathrm{V} \tag{142}$$

$$R_L = U/I = 18{,}799\,\Omega \tag{143}$$